BOBINAGES ET CONDENSATEURS EN COURANT ALTERNATIF

(Suite voir N° 1548)

UN PEU DE CALCUL (TRÈS PEU... !)

Toute la figure faite sur le tourne-disque est « à l'échelle ». Nous avons dit que la longueur de OM était proportionnelle à R, celle de OP à $L\omega$. A cette même échelle, quelle sera la longueur de OK ? Faites appel à vos souvenirs de géométrie : dans un triangle rectangle :

« Le carré de l'hypoténuse est égal, si je ne m'abuse, à la somme des carrés des deux autres côtés ».

Autrement dit, dans le triangle rectangle OPK, le carré de l'hypoténuse OK est égal à la somme du carré du côté OP et du carré du côté PK (égal à OM).

Donc, si OM « mesure » (à l'échelle) R et si OP « mesure » $L\omega$, la « mesure » Z de OK est telle que :

$$Z^2 = R^2 + (L\omega)^2 = R^2 + L^2\omega^2$$

soit :

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$$

Voilà donc notre valeur d'impédance Z du circuit comportant un résisteur de valeur R et un bobinage de coefficient de self-induction L.

D'autre part, ce circuit introduit un déphasage en retard du courant par rapport à la tension, l'angle de déphasage φ étant donné dans le triangle rectangle OMK de plusieurs façons (encore toutes nos excuses, un tout petit peu de trigonométrie, nous ne recommencerons plus) :

$$\operatorname{tg} \varphi = MK/OM = \frac{L\omega}{R}, \quad \sin \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{MK}{OK} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

Prenons un petit exemple numérique. Nous opérerons en 50 Hz (ω = 314 radians/seconde) avec un bobinage de 2,5 H et un résisteur de 1 000 Ω :

$$R = 1\,000 \quad L\omega = 785,$$

on trouve :

$$Z = \sqrt{1\,000^2 + 785^2} = 1\,271\ \Omega$$

$$\operatorname{tg} \varphi = 785/1\,000$$

d'où :

$$\varphi = 38{,}13^\circ \text{ (ou 0,666 radian)}$$

d'où :

$$\sin \varphi = 0{,}617, \quad \cos \varphi = 0{,}787$$

On voit que l'impédance Z est très loin d'être la somme arithmétique de 1 000 et de 785.

POUR MESURER L

On en tire une méthode simple pour mesurer le coefficient de self-induction d'un bobinage (à condition que ce coefficient soit élevé) : on mesure la résistance R du bobinage en courant continu, puis on mesure son impédance Z à 50 Hz (rapport de la tension efficace appliquée au courant efficace qui passe).

On en déduit alors

$$L\omega = Z^2 - R^2.$$

(en effet, puisque $Z^2 = R_2 + L^2\mu^2$, on en tire $L^2\omega^2 = Z^2 - R^2$).

Donnons un exemple de mesure.

Soit un bobinage (que nous supposerons réalisé par la mise en série d'un bobinage pur de coefficient de self-induction L et d'un résisteur de résistance R, au lieu d'un bobinage dont la résistance répartie est R) dont la résistance R, mesurée en continu est, par exemple :

$$R = 117\ \Omega$$

Nous lui appliquons du 6,3 V alternatif et nous constatons que cette tension fait passer dans le bobinage un courant de 27 mA efficaces. Son impédance Z est donc :

$$Z = 6{,}3/0{,}027 = 233{,}3\ \Omega$$

La valeur de $L\omega$ est donc :

$$L\omega = \sqrt{(233{,}3)^2 - (117)^2} = 201{,}9\ \Omega$$

Or, en 50 Hz, on a ω = 314 radians/seconde, d'où :

$$L = 201{,}9/314 = 0{,}64\ H$$

Insistons un peu sur un point. Si les deux valeurs de R et de $L\omega$ sont très différentes, la plus grande compte à peu près seule dans la valeur de l'impédance. Par exemple, si l'une vaut 150 Ω et l'autre 22 Ω, l'impédance vaut 151,6 Ω, donc pratiquement 150 Ω. On ne peut pas dire toutefois que l'influence de la 22 Ω soit négligeable, car il y a un déphasage de 8,34° apporté par cette composante.

Si les valeurs de R et de $L\omega$ sont **égales,** il s'agit d'un cas particulier important : l'impédance Z est égale à $R\sqrt{2}$ soit 1,41 R.

Ceci nous permet de répondre à une question bien classique : « Un même courant alternatif traverse un résisteur et un bobinage purement inductif montés en série. Avec un excellent voltmètre, on mesure une tension de 10 V eff. aux bornes du résisteur et de 10 V eff. aussi aux bornes du bobinage. Combien mesurerait-on aux bornes de l'ensemble bobinage + résisteur ? ». Non, la réponse **n'est pas** 20 V ! On mesurerait 14,1 V aux bornes de l'ensemble.

RENDONS A FRESNEL CE QUI EST A FRESNEL

Le petit dessin (le rectangle OPKM) que nous avons supposé posé sur un tourne-disque est tout simplement la construction de l'impédance par une méthode dite « construction de Fresnel ». Celui qui l'a imaginée n'avait pas parlé de tourne-disque... car il n'y en avait pas à cette époque.

Cette construction s'applique donc aussi bien aux impédances qu'aux tensions. Nous avons « composé » les tensions e_R et e_L, déphasées l'une par rapport à l'autre, comme nous avons « composé » les impédances R et $L\omega$.

Il serait peut-être utile de résumer ce que nous avons trouvé jusqu'ici au sujet des impédances.

1) En ce qui concerne les tensions et intensités efficaces, un bobinage pur se comporte, à une fréquence donnée F, un peu comme un résisteur dont la résistance serait $L\omega$, le terme ω (pulsation) étant le produit de la fréquence F par 6,28 (2π) ;

2) Si l'on regarde les choses de plus près, un bobinage pur diffère d'un résisteur parce que le courant qui le parcourt passe par un maximum au moment où la tension à ses bornes passe par zéro (on dit qu'il y a déphasage en retard d'un quart de période de l'intensité par rapport à la tension). Il en résulte que la puissance dissipée dans le bobinage est nulle, malgré la présence de tension et de courant ;

3) Une autre différence entre un bobinage pur et un résisteur est que la « résistance apparente » (on dit l'« impédance ») du bobinage varie proportionnellement à la fréquence du courant alternatif ;

4) Si l'on envoie un courant alternatif d'intensité efficace i_{eff} dans un bobinage en série avec un résisteur, on trouve, aux bornes du résisteur, une tension e_R (efficace) et, aux bornes du bobinage, une tension e_L (efficace, ces valeurs étant respectivement proportionnelles :
- pour e_R à la résistance R,
- pour e_L à l'impédance $L\omega$.

5) La tension efficace E aux bornes de l'ensemble bobinage + résisteur **n'est pas** la somme de e_L et e_R, car ces deux tensions ne peuvent s'ajouter arithmétiquement en ce qui concerne leurs valeurs efficaces (elles ne sont pas en phase). La tension globale E s'obtient comme la diagonale d'un rectangle (fig. 8) dont les côtés sont respectivement e_R et e_L ; en particulier, si e_R et e_L ont la même valeur efficace, E est le produit de cette valeur commune par 1,41 ($\sqrt{2}$) (on parle souvent de l'hypoténuse d'un triangle rectangle, nous parlons de la diagonale d'un rectangle parce que c'est une notion plus simple) ;

6) En ce qui concerne uniquement les tensions efficaces et intensité efficace, l'ensemble d'un bobinage en série avec un résisteur se comporte un peu comme un résisteur dont la valeur serait la diagonale d'un rectangle ayant pour côtés R et $L\omega$ (fig. 9), cette valeur étant $\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$, on nomme cette valeur de résistance apparente « impédance » ;

7) Un ensemble résisteur + bobinage introduit sur l'intensité un déphasage en retard par rapport à la tension (l'intensité passe par son maximum avec un certain retard par rapport au passage de la tension par son maximum), ce retard correspond à un angle nommé φ (lettre grecque « phi ») qui se mesure sur la figure 9 entre la diagonale du rectangle et le côté mesurant R ;

8) Le cosinus de cet angle φ (rapport au côté R à la diagonale Z) est utile à connaître, il représente ce que l'on appelle le « facteur de puissance », nous en verrons l'utilité plus loin ;

9) L'impédance Z d'un ensemble résisteur + bobinage en série varie en fonction de la fréquence, passant de R pour la fréquence nulle (courant continu) à l'infini quand la fréquence croît indéfiniment ;

10) Quand R et $L\omega$ sont très différents l'un de l'autre, on peut parfaitement négliger le plus petit en ce qui concerne l'impédance, mais pas en ce qui concerne le déphasage.

PUISSANCE RÉACTIVE, PUISSANCE RÉELLE

Nous avons vu que, dans le cas d'un bobinage pur, il y avait du courant et de la tension, mais pas de puissance. Si on multiplie « bêtement » les volts efficaces par les ampères efficaces, on n'obtient pas de watts. On dit qu'il s'agit de puissance « réactive » et on la désigne souvent sous le nom de VAR (volts x ampères Réactifs).

Mais, quand on envoie du courant alternatif dans un circuit du type de celui que montre la figure 6, il y a forcément dissipation de puissance puisqu'il y a un résisteur. La puissance dissipée est :

$$P = R \times (i_{eff})^2$$

(Mais oui, Monsieur Joule, vous avez raison, même en alternatif !).

La tension E aux bornes de l'ensemble est $E_{eff} = Z\ i_{eff}$.

Si on la multiplie par i_{eff} on trouve la « puissance apparente » :

$$P_A = E_{eff} \times i_{eff} = Z\ (i_{eff})^2$$

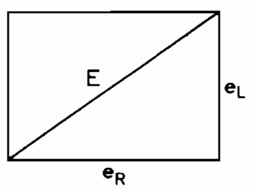

Fig. 8. – Pour trouver la valeur de crête de la tension E, composition de e_R et e_L (déphasées de $\pi/2$), on trace la diagonale du rectangle de côtés e_R et e_L.

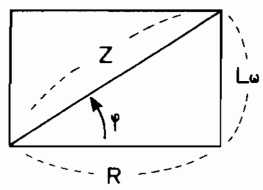

Fig. 9. – L'impédance du circuit R – L s'obtient comme la diagonale du rectangle de côtés R et $L\omega$. L'angle de cette diagonale avec le côté R est l'angle de déphasage φ.

La puissance réelle dissipée dans le circuit vient uniquement de P, il n'y a aucune puissance dissipée dans le bobinage.

On voit que, pour passer de P_A à P (de la puissance « apparente » à la puissance réelle), il faut multiplier P_A par R et diviser le résultat par Z :

$$P = P_A \frac{R}{Z}$$

Or, ce rapport R/Z n'est autre que le fameux « facteur de puissance » cos φ, φ étant l'angle de déphasage en retard de l'intensité par rapport à la tension E.

La puissance est donc :

$$P = E_{eff}\ i_{eff} \cos \varphi$$

Dans le cas du bobinage pur, φ étant égal à $\pi/2$ (un quart de période), ce qui correspond à cos $\varphi = 0$, et voilà pourquoi votre fille est muette... pardon, voilà pourquoi la puissance est nulle.

On comprend pourquoi le déphasage est la phobie des distributeurs d'électricité : pour une tension efficace donnée, on envoie une intensité efficace importante (ce qui nécessite de gros fils) alors que la puissance réellement envoyée est faible. En principe, les compteurs d'électricité installés chez les usagers par l'E.D.F. ne tiennent compte que de la puissance réelle ; en réalité on pénalise légèrement les utilisateurs qui consomment « mal », avec un trop grand déphasage de l'intensité par rapport à la tension.

L'auteur se rappelle encore la conclusion d'un de ses professeurs, ingénieur à l'E.D.F., qui, ayant calculé la rotation d'un compteur d'électricité en fonction de la puissance réelle et de la puissance réactive, terminait son calcul, en désignant un terme compliqué qui augmentait un peu le décompte à payer en fonction de la puissance réactive de l'usager, et en disant :

« Messieurs, nous ferons payer cette intégrale aux gens qui ont un mauvais cosinus phi ! »

Du stade de celui qui a « un mauvais cosinus phi » à celui de l'homme qui a une mauvaise conscience, il n'y a qu'un pas, comme vous voyez !

Tant que vous consommez le courant de l'E.D.F. sur des ampoules ou sur des éléments chauffants, le cos φ vaut 1 et c'est parfait. Sur des moteurs à 0,8 ou 0,7 (et c'est grave, il s'agit de kilowatts !). Mais, sur de vieux transformateurs de tubes fluorescents, on peut avoir un cos φ de 0,2. Ne vous étonnez pas, alors, que l'E.D.F. « tire à vue » sur ces pauvres transformateurs qui ont la bêtise de consommer une intensité efficace cinq fois plus grande qu'il ne serait nécessaire pour la puissance qu'on leur demande.

CAS DU CONDENSATEUR

Nous devinons facilement l'affolement des lecteurs : « Comment, il a fallu suivre des pages compliquées et nous allons tout recommencer en étudiant le condensateur ! ». Rassurez-vous. D'abord, nous n'allons pas pousser cette étude à fond, ensuite, ce que nous avons fait pour le bobinage va nous aider à comprendre bien plus vite ce qui concerne le condensateur.

Nous commencerons par le condensateur tout seul. Contrairement au cas du bobinage, où nous étions partis de l'intensité pour trouver la tension, nous supposerons que nous appliquons aux bornes du condensateur une tension alternative :

$$e = e_M \sin (\omega t)$$

de valeur crête e_M, donc de valeur efficace 0,7 e_M.

Les choses se présentent donc comme sur la figure 10. La tension e varie constamment, donc il y a sans cesse des charges et décharges du condensateur, et il passe du courant alternatif dans ce quartier.

On se rappelle qu'un condensateur de capacité C aux bornes duquel on applique une tension variable e est parcouru par un courant i donné par :

$$i = C \frac{de}{dt}$$

Le terme de/dt étant ce que l'on appelle la « dérivée » de e par rapport au temps t, c'est-à-dire la vitesse de variation de e en fonction du temps (en volts par seconde).

Sans refaire le dessin de la tension e en fonction du temps et du courant i qui en résulte, dessin qui serait très analogue à la figure 3, nous allons faire un raisonnement analogue.

Quelle est la vitesse maximale de variation de e en fonction de t ? Tout d'abord, on la retrouve au temps t = 0, quand la tension instantanée e est nulle. Rappelons que la tangente à l'origine sur la sinusoïde s'obtient en joignant l'origine au point dont l'abscisse est T/4 (un quart de période) et dont l'ordonnée est le produit par $\pi/2$ (1,57) de la valeur maximale de la tension, e_M.

La pente de cette tangente est donc :

$$p = \frac{e_M\ \pi/2}{T/4} = \frac{2\pi}{T} e_M$$

Or, nous savons que l'inverse 1/T de la période T est la fréquence F, donc $2\pi/2 = 2\pi F$, soit la pulsation ω : la pente maximale de la tangente (vitesse maximale de variation de e) est donc :

$$p = \omega\ e_M$$

Cela correspond à une valeur maximale du courant, produit de cette vitesse de variation par C :

$$i_M = C\ \omega\ e_M$$

On y arriverait aussi en calculant C de/dt à partir de e = e_M sin (ωt) ce qui donne :

$$i = C \frac{de}{dt} = C\ \omega\ e_M \cos (\omega t)$$

$$= C\ \omega\ e_M \sin (\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Or, quand un élément présente une certaine « impédance » (analogue à une résistance, mais en diffère par la non-coïncidence des maxima de tension et de courant, ainsi que par la variation de cette impédance en fonction de la fréquence), le courant maximal i_M est égal au quotient de la tension maximale e_M par cette impédance Z :

$$i_M = e_M/Z$$

On peut donc en conclure que :

$$Z = \frac{e_M}{i_M}$$

Cette relation est bien évidente : on définit l'impédance, comme la résistance, par le quotient de la tension crête par l'intensité crête (on peut aussi bien prendre le quotient de la tension efficace par l'intensité efficace).

Si nous appliquons cette relation au cas du condensateur, nous trouvons :

$$Z = \frac{e_M}{i_M} = \frac{1}{C\omega}$$

On voit tout de suite que l'impédance d'un condensateur est :

1) Inversement proportionnelle à la fréquence, elle décroît quand la fréquence croît, ce qui est logique, puisque, plus la fréquence est élevée, plus les variations de e en fonction de t sont rapides ;

2) Inversement proportionnelle à la capacité du condensateur, elle décroît quand la capacité croît, ce qui est tout aussi logique : plus la capacité est élevée, plus le courant nécessaire pour la charger et la décharger est grand.

Donnons maintenant un ordre de grandeur, qui servira toujours, par la suite, de point de repère. Nous considérerons un condensateur de 1 μF (microfarad = 10^{-6} F) utilisé avec une tension alternative à la fréquence du secteur E.D.F., soit 50 Hz, ce qui correspond à un ω de $2\pi 50 = 314$ radians/seconde.

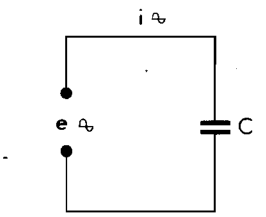

Fig. 10. – Un condensateur auquel on applique une tension alternative est parcouru par un courant alternatif limité par l'« impédance » du condensateur.

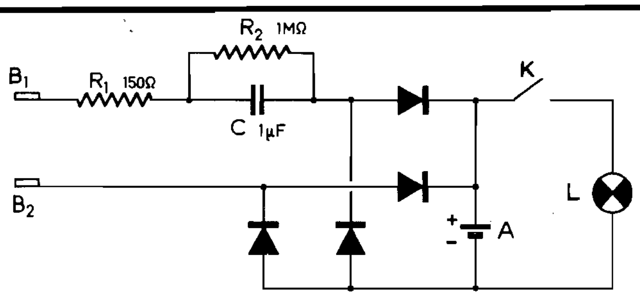

Fig. 11. – Dans la lampe de poche « Lynx » (Leclanché) on emploie un condensateur comme élément de limitation du courant pour fixer l'intensité de charge de l'accumulateur A à partir du secteur 220 V appliqué aux broches B1 et B2.

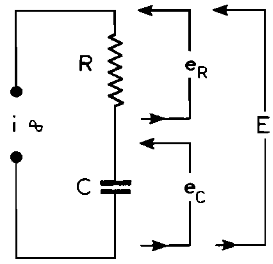

Fig. 12. – Si un courant alternatif passe dans un circuit comportant en série un condensateur C et un résisteur R, les tensions e_R aux bornes du résisteur et e_C aux bornes du condensateur sont en quadrature (déphasées d'un quart de période). Il faut en tenir compte pour calculer la tension alternative totale E, qui n'est pas la somme arithmétique de e_R et e_C.

Son impédance sera donc :

$$Z = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{10^{-6}\,314} = 3\,185\ \Omega$$

(en réalité, il faudrait dire 3 183 Ω si on donnait π avec toutes ses décimales). Nous nous contenterons de dire qu'un condensateur de 1 µF à 50 Hz présente une impédance de 3,2 kΩ, ce qui est une précision largement suffisante vu que la capacité d'un condensateur est rarement définie à mieux de 5 % près et qu'il est difficile de mesurer une tension alternative et surtout une intensité alternative à mieux de 2 % près.

Donc, si nous voulons calculer la valeur de l'impédance d'un condensateur de 0,1 µF à 800 Hz, nous dirons :

1 µF à 50 Hz donne 3,2 kΩ,
0,1 µF à 50 Hz donne 10 fois plus : 32 kΩ,
0,1 µF à 500 Hz donne dix fois moins : 3,2 kΩ,
0,1 µF à 800 Hz donne 5/8 de 3,2 kΩ soit 2 kΩ puisque 800 Hz est les 8/5 de 500 Hz.

Pour n'importe quel condensateur à n'importe quelle fréquence, on procède ainsi de proche en proche à partir du 1 µF à 50 Hz (3,2 kΩ).

UTILISONS L'IMPÉDANCE DU CONDENSATEUR

Donnons tout de suite une application pratique de cette impédance.

Dans de petites lampes de poche, par exemple celle du type « Lynx » (Leclanché), on utilise un petit accumulateur au cadmium-nickel que l'on peut recharger sur le secteur. Evidemment, dans l'encombrement réduit du boîtier, pas question de mettre un transformateur.

Il s'agit de charger l'accumulateur avec un courant qui sera de l'ordre de 70 mA, à partir du secteur 220 V. On pourrait penser à l'utilisation d'un résisteur de 220/0,07 = 3140 Ω, suivi d'un pont de diodes. Mais il ne faut pas oublier que, dans ce cas, la puissance dissipée dans le résisteur sera :

$$Ri^2 = 3140 \times (0{,}07)^2 = 15{,}4\ \text{W}$$

Cette valeur rend toute utilisation de résisteur absolument impossible.

Dès lors, pourquoi ne pas utiliser un condensateur de 1 µF, qui, justement, présente une impédance voisine de 3,14 kΩ à 50 ? Aussitôt pensé, aussitôt fait. Le condensateur, au papier, se loge facilement sur le côté du boîtier, il ne chauffe absolument pas. Le tout se présente donc comme l'indique la figure 11.

Les broches B_1 et B_2 sont à enfoncer dans une prise de courant de 220 V alternatif. Les quatre diodes redressent le courant qui charge l'accumulateur A, le commutateur K permet d'allumer l'ampoule L.

Reste à expliquer la présence des deux résisteurs R_1 et R_2. Pour R_2, rien de plus simple : quand on débranche les broches de la prise, on peut le faire à n'importe quel moment de la période, le condensateur peut donc se trouver chargé à la valeur de crête du secteur, soit $220\sqrt{2}$ ou 311 V. En touchant les broches, on ressentirait un petit choc électrique désagréable. Avec un résisteur de 1 MΩ shuntant le condensateur, ce dernier se décharge de 63 % en une seconde, de 86 % en 2 secondes, de 95 % en 3 secondes.

Le résisteur R_1 de 150 Ω sert éventuellement au moment de l'enfichage des B_1 et B_2 dans la prise : il peut se faire que, à cet instant précis, la tension instantanée dans la prise soit de 311 V. On chargerait alors C en quelques microsecondes, soit avec un courant de crête extrêmement élevé. La présence de R_1 limite le courant crête à moins de 1,5 A, ce qui est élevé, mais parfaitement supportable par les diodes et par l'accumulateur pour une petite pointe très courte.

UN CONDENSATEUR ET UN RÉSISTEUR

Nous venons donc de voir que, pour un condensateur unique, l'impédance est $1/C\omega$, le courant étant déphasé de T/4 (un quart de période) en avance sur la tension.

Donc, quand on envoie un courant alternatif $i = i_M \sin(\omega t)$ dans un condensateur de capacité C, il apparaît à ses bornes une tension e_C, décalée en retard par rapport au courant, d'une amplitude égale à $i_M/C\omega$.

Plaçons donc en série (fig. 12) un condensateur C et un résisteur R et envoyons dans le tout un courant alternatif de valeur crête i_M à la fréquence F, période T = 1/F, pulsation $\omega = 2\pi F$.

Il apparaît, aux bornes de R, une tension en phase avec le courant (loi d'Ohm) dont la valeur crête est simplement :

$$i_M \times R$$

L'expression mathématique de cette tension est donc :

$$e_R = i_M R \sin(\omega t)$$

La tension e_C qui apparaît aux bornes du condensateur est en retard d'un quart de période par rapport à l'intensité (donc, par rapport à la tension e_R) et sa valeur de crête est :

$$i_M/C\omega$$

Son expression mathématique serait donc :

$$e_C = \frac{i_M}{C\omega}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

On peut ajouter les expressions mathématiques de e_R et e_C et faire des transformations trigonométriques (pour les gens qui aiment cela... si, si, il y en a) on utilise la formule :

$$A \sin(\omega t + U) = A \cos U \sin(\omega t) - A \sin U \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

et on procède par identification).

Mais on peut aussi (et nous préférons cette méthode) reprendre notre tourne-disque.

Nous représentons sur le plateau de ce dernier (fig. 13), avec une échelle donnée, la tension aux bornes de R, par la projection M' de M (nous disons projection, il faut penser à l'ombre).

A cette même échelle, la tension aux bornes de C se représente par le mouvement de l'ombre P' du point P.

Etant donné l'échelle utilisée, la longueur de OM est mesurée par R, celle de OP par $1/C\omega$.

L'addition des tensions instantanées e_R et e_C revient à faire à chaque instant la somme algébrique des longueurs $\overline{O'M'}$ et $\overline{O'P'}$ (les traits tracés au-dessus de ces segments signifient que nous les considérons en valeurs algébriques, positives si on les mesure depuis O' dans le sens de la flèche tracée sur le mur, comme c'est le cas pour $\overline{O'M'}$, négative si on les mesure dans le sens opposé à cette flèche, comme pour $\overline{O'P'}$).

On voit facilement que la somme $\overline{O'M'} + \overline{O'P'}$ n'est autre que $\overline{O'K'}$, mesure algébrique de l'abscisse de K', ombre de K, ce point K étant le sommet du rectangle OMKP.

La longueur de OK est la racine carrée de la somme des carrés des longueurs de OM et OP soit, toujours à cette même échelle :

$$\sqrt{(i_M)^2 R^2 + (i_M)^2 \frac{1}{C^2\omega^2}}$$

soit :

$$i_M \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}$$

Le coefficient de i_M, rapport de la tension crête aux bornes de l'ensemble R – C à l'intensité crête qui traverse R – C (ou rapport de la tension efficace à l'intensité efficace) est donc l'impédance de l'ensemble R – C.

Cette impédance est donc :

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}$$

Autrement dit, elle est égale à la diagonale d'un rectangle dont les côtés sont respectivement (fig. 14) R et $1/C\omega$.

Sur cette même figure, nous voyons l'angle φ représentant le déphasage en retard de la tension par rapport à l'intensité ou en avance de l'intensité par rapport à la tension. On peut en donner la valeur :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{RC\omega}$$

(ou $\cos \varphi = R/Z$ en désignant par Z la valeur indiquée plus haut).

APPLICATION PRATIQUE

Si nous plaçons en série un condensateur de 0,22 μF et un résisteur de 18 kΩ, le tout alimenté en 50 Hz, qu'aurons-nous comme impédance ?

D'abord, le $1/C\omega$, toujours avec le même processus.

Si 1 μF à 50 Hz représente 3,2 kΩ, 0,22 μF à 50 Hz représente $1/0{,}22 = 4{,}55$ fois plus soit 14,6 kΩ.

Maintenant, prenons la racine carrée de la somme $(18)^2 + (14{,}6)^2$ (on raisonne directement en kΩ) et nous avons 23,2.

L'impédance est donc 23,2 kΩ. Si l'on calcule φ, on trouve 0,68 radians, soit 39 degrés, soit un cos φ de 0,78.

Un cas pratique important, encore plus qu'avec le bobinage, est celui où l'impédance de C seul ($1/C\varphi$) est égale à la valeur de R. L'impédance de l'ensemble est alors égale au produit de R par 1,41 (soit $\sqrt{2}$).

Le déphasage est alors de 1/8 de période ($\varphi = \pi/4$ ou 45°), on en déduit que le facteur de puissance est :

$$\cos \varphi = 0{,}707 \text{ (soit } 1/\sqrt{2}\text{)}$$

La puissance dissipée dans R est 0,707 de la puissance apparente.

POUR CONCLURE

Nous commencerons par nous excuser d'avoir infligé aux lecteurs l'épluchage d'un texte aussi long et aussi dense. Mais nous avons pensé qu'il était important de justifier ce qu'est une impédance, comment elle se présente, comment on la calcule.

L'auteur se rappelle très bien de sa terminale (on disait « Math. Élém. » à l'époque), à l'issue de laquelle il savait parfaitement « sortir » des formules comme $\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$, mais sans avoir la moindre idée de ce qu'était une impédance, physiquement parlant.

Allant chercher un haut-parleur chez un revendeur, qui était un excellent homme, doué d'un sens pédagogique aigu, il se vit demander par ce dernier l'impédance souhaitée au primaire du transformateur du haut-parleur.

L'auteur, tout surpris de voir une « impédance » (notion « de cours », donc inapplicable, par hypothèse, dans la vie) arriver là, dit qu'il n'en savait rien et montra le schéma. Le revendeur, l'ayant examiné, dit « Il vous faut un modèle de 7 000 Ω ».

L'auteur, toute honte bue, osa demander : « Mais, ça se compte en ohms, une impédance ? » et le revendeur lui répondit : « Mais oui, c'est un peu comme une résistance ; vous prenez le rapport de la tension alternative aux bornes et du courant alternatif qui passe, en divisant les volts par des ampères, ça donne des ohms, mais, comme ce n'est pas une vraie résistance – ça change avec la fréquence et le courant n'est pas maximal en même temps que la tension – on l'appelle une « impédance », et ça se mesure en ohms ». D'un seul coup, toute la notion d'impédance devint claire à l'auteur, qui, il faut bien le dire, n'y avait absolument rien compris, perdu qu'il était dans ses formules.

Nous espérons avoir joué pour les lecteurs le même rôle que joua pour nous ce remarquable revendeur.

J.P. OEHMICHEN
Ingénieur E.P.C.I.

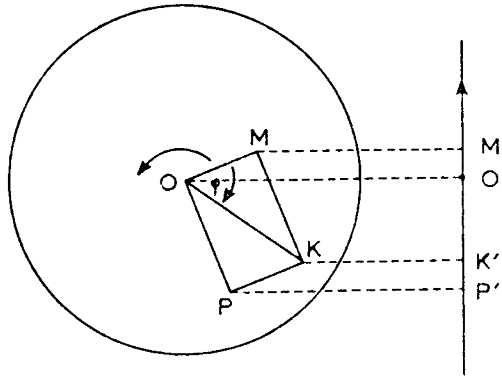

Fig. 13. – Pour étudier l'addition des tensions e_R et e_C, nous utilisons de nouveau le tourne-disque.

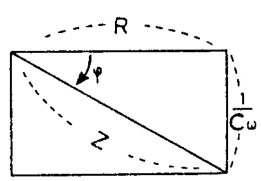

Fig. 14. – L'impédance de l'ensemble C et R en série s'obtient comme la diagonale d'un rectangle dont les côtés sont R et $1/C\omega$. Cette construction donne aussi le déphasage φ de l'intensité (en avance) par rapport à la tension.